

Y101B matematiikka  
Harjoitus 5  
7.4.2005

1. Näytä, että annetut funktiot toteuttavat kyseiset differentiaaliyhtälöt seuraavissa tapauksissa:

a)	$y'' + y' - 2y = x,$	$y(x) = e^x - \frac{1}{2}x - \frac{1}{4},$
b)	$y' = 2xy,$	$y(x) = e^{x^2},$
c)	$x'''x''x' = 0,$	$x(t) = 5t^2,$
d)	$x^3y'' - x^2y' + xy = x^3,$	$y(x) = x^2.$

2. Ratkaise seuraavat alkuarvotehtävät:

a)	$y' = \frac{1}{x},$	$y(1) = 1,$	$(x > 0)$
b)	$y'' = x,$	$y(0) = 0,$	$y'(0) = 1.$

3. Onko seuraavalla alkuarvotehtävällä yksikäsitteinen ratkaisu?

$$y' = 2x\sqrt[3]{y} - 3x, \quad y(2) = 1.$$

4. Tunnista seuraavista separoituvat yhtälöt. Muunna ne separoituun muotoon ( $g(y)y' = h(x)$ ), ja ratkaise niistä yksi.

a)	$\sqrt{y}y' = 3x + 2,$
b)	$y' = y + 1,$
c)	$y' = y + x$
d)	$y'x = y' + y,$
e)	$2xy' = 2xy - 1.$

5. Ratkaise seuraavat alkuarvotehtävät. (Muista ottaa huomioon erillisratkaisut.)

a)	$\frac{y'}{x} = \frac{3x}{y},$	$y(1) = 2,$	$(x > 0)$
b)	$y' = (2x + 1)y,$	$y(10) = 0.$	

6. Bakteeripopulation kasvunopeus on suotuisissa olosuhteissa suoraan verrannollinen populaation kokoon. Eräässä näytteessä populaation koko oli aluksi 100000 ja tunnin kuluttua 1000000. Ratkaise populaation kokoa kuvaava funktio.