

1. Maanviljelijä on ostanut siemeniä, jotka riittävät pinta-alaltaan 20000 m<sup>2</sup>:n suorakulmaisen pellon kylvämiseen. Peltö kylvetään metsän reunaan, ja ympäröidään muilta kolmelta sivulta aidalla. Miten pitkät on tehtävä pellon sivuista, jotta aidasta tulisi mahdollisimman lyhyt.
2. Olkoon  $f(x) = x^2$ . Laske funktion  $f$  ylä- ja alasummat välillä  $[0, 1]$ , kun osavälejä on neljä. (Eli osavälin pituus on  $1/4$ .) Vertaa tuloksia integraaliin  $\int_0^1 x^2 dx$ .
3. Laske seuraavat integraalit.

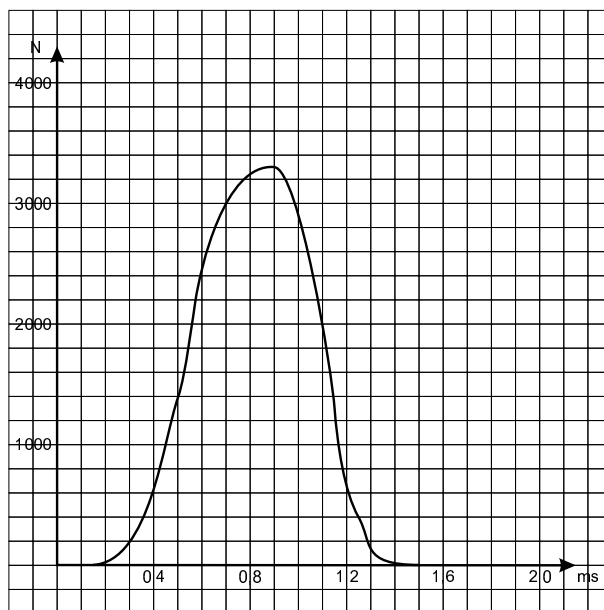
$$\text{a) } \int_{-1}^1 3x^2 - x + 6 dx, \quad \text{b) } \int_1^2 \frac{1}{t^2} + \sqrt{t} dt.$$

4. Laske seuraavat integraalit. Tässä on hyötyä yhdistetyn funktion derivoimis säännöstä.

$$\text{a) } \int_0^2 4x(2x^2 - 3)^7 dx, \quad \text{b) } \int_{-1}^1 \frac{x - 1}{(x^2 - 2x + 2)^3} dx.$$

5. Fysiikassa kappaleen liikuttamiseen käytettävä voima määritellään kappaleen liikemäärän muutoksena ajan suhteen. Mitä kovempi voima, sitä enemmän liikemäärä muuttuu. Liikemäärä on vastaavasti voiman kertymä ajassa.

Biljardipalloon kiinnitettiin voima-anturi, minkä jälkeen palloa lyötiin. Määritä voiman kuvaajasta integroimalla pallon saama liikemäärä. (Älä välitä yksiköistä N ja ms, jos ne eivät ole tuttuja.)



6. Määritellään kaikilla positiivisilla kokonaisluvuilla funktiot  $f_k : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f_k(x) = -x^{2k} + 1$ . Mikä on funktion  $f_k$  ja x-akselin väliin jäävän alueen pinta-ala? Mitä arvoa pinta-ala lähestyy, kun  $k$  kasvaa? Piirrä kuva tilanteesta muutamalla  $k$ :n arvolla, sekä rajatilanteesta, kun  $k \rightarrow \infty$ .