

Y101B matematiikka
Harjoitus 2 (kaksi sivua)
17.3.2005

1. Määritä erotusosamäärää tutkimalla, ovatko seuraavat funktiot derivoituvia pisteessä $x = 0$. (Huomaa sieventää b-kohdassa erotusosamäärä loppuun asti.)

a) $f(x) = x^3$,

b) $g(x) = \sqrt[3]{x}$,

c) $h(x) = \begin{cases} x^2, & \text{kun } x \geq 0, \\ -x^2, & \text{kun } x < 0, \end{cases}$

d) $k(x) = \begin{cases} 2, & \text{kun } x = 0, \\ 1, & \text{kun } x \neq 0. \end{cases}$

2. Laske ensimmäiset ja toiset derivaatat seuraaville funktioille.

a) $f(x) = 2x^3 - x^2 + 5x - 6$, b) $g(x) = (-x^2 + 5x)^7$.

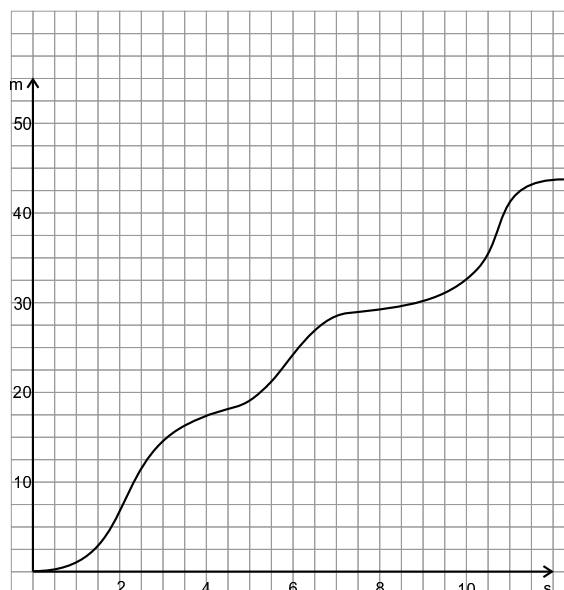
3. Laske derivaatat. Missä pisteissä derivaatat on määritelty?

a) $g(x) = \frac{x^2 - 2x - 1}{2x + 2}$, b) $f(x) = \frac{1}{x} + 6\sqrt[3]{x} - \frac{2x}{3\sqrt{x}}$.

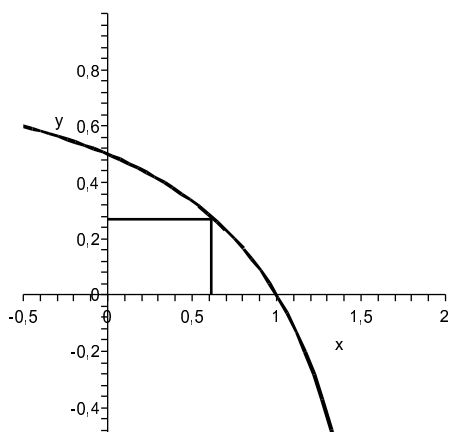
4. Oheisessa kuvassa on mehiläisen lentämän matkan kuvaaja ajan funktiona. Määritä kuvaajasta silmämääräisesti

a) keskinopeus aikavälillä $[4, 6]$,

b) hetkellinen nopeus ajanhetkellä $t = 5$ piirtämällä kuvaajalle sivuja kyseiseen kohtaan ja määrittämällä sen kulmakerroin.



5. Määritellään funktio $f :]-\infty, 2[\rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x-1)/(x-2)$. Suorakulmio piirretään koordinaatiston ensimmäiseen neljännekseen siten, että sen yksi kulma on origossa ja vastakkainen kulma funktion f kuvaajalla. Mikä on suorakulmion suurin mahdollinen pinta-ala?



6. Maatalon emäntä aikoo leipoa miehensä kasvattamien kanojen munista neliöpohjaisen täytekakun. Kakun reunat ja päällinen katetaan kermalla. Emännän kerma riittää 1200 cm^2 kokoiselle pinnalle. Miten paksu emännän on tehtävä kakusta, jotta kerma riittäisi mutta kakusta tulisi tilavuudeltaan mahdollisimman kookas?

Vihje: Valitse muuttujaksi kakun leveys ja päättele kakun paksuus käytettävissä olevan kerman määrästä.