

Y101B matematiikka
Harjoitus 1
10.3.2005

1. Missä seuraavista tapauksista annettu ehto määrittelee funktion? Mikä on näissä tapauksissa funktion määrittelyjoukko?

a) $f(x) = \frac{x}{x(x-3)}$,

b) $g(x)$ = ”päivän pituus x :ntenä päivänä vuoden alusta laskien”,

c) $h(x)$ = ”luku, jonka toinen potenssi on x ”.

2. Piirrä seuraavien funktioiden kuvaajat ja arvioi niiden perusteella funktion nollakohtia (eli missä $f(x) = 0$). Tarkista nollakohdat laskemalla.

a) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 - 7x - 6$,

b) $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \begin{cases} x^2 + 2x, & \text{kun } x \leq -1 \\ -1, & \text{kun } x > -1. \end{cases}$

3. Laske raja-arvot:

a) $\lim_{x \rightarrow 2} (x^5 - 3x^3 + 1)$, b) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 + 2x}{x + 1}$.

4. Laske raja-arvot:

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 2x + 5}{-5x^3 + 1}$, b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 2x + 5}{-5x^3 + 1}$.

5. Ovatko seuraavat funktiot jatkuvia?

a) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} x + 2, & \text{kun } x \leq 0 \\ 2, & \text{kun } x > 0, \end{cases}$$

b) $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$g(x) = \begin{cases} x^2, & \text{kun } x < 1 \\ 0, & \text{kun } x = 1, \\ x, & \text{kun } x > 1, \end{cases}$$

c) $h : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$, $h(x) = 1/x^2$.

6. Määritä luku a siten, että funktiosta $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tulee jatkuva, kun

$$f(x) = \begin{cases} -x + a, & \text{kun } x < -1 \\ x^3 - x^2, & \text{kun } x \geq -1. \end{cases}$$

Piirrä saamasi jatkuvan funktion kuvaaja.

Muista perustella vastauksiasi!