

1. Ratkaise Gaussin–Jordanin menetelmällä yhtälöryhmä

$$\begin{cases} 2x + y + 2z = -2 \\ y - 2z = 4 \\ x - y + 3z = -2 \\ x + 2y - z = 0 \end{cases}$$

Tarkista ratkaisu myös sijoittamalla.

2. Ratkaise Gaussin–Jordanin menetelmällä yhtälöryhmä

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 4x_3 = -2 \\ -x_1 + x_2 - 2x_3 = 4 \\ 2x_1 - x_2 + 5x_3 = 1 \end{cases}$$

3. Kirjoita edellisen harjoituksen reaktioyhtälöitä käsittelevän tehtävän 9 kohtien a) ja c) yhtälöryhmät matriisimuodossa ja ratkaise ne Gaussin–Jordanin menetelmällä. Jos jokin muuttuja jää vapaaksi (eli sitä vastaavassa matriisin sarakkeessa ei voida suorittaa eliminointia), valitse kyseisen muuttujan arvo parhaaksi katsomallasi tavalla.

4. Olkoot

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 5 & 0 \\ -1 & 0 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 \\ -4 & 3 & 2 \\ 3 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{ja} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Laske seuraavista matriiseista ne, jotka on määritelty: $A + B$, $B - C$, BC , CB , CA , C^2 , $C(A + B)$.

5. Aineen hajotessa radioaktiivisesti sen massa ajanhetkellä t noudattaa funktiota

$$m(t) = m_0 e^{-\frac{\ln 2}{T} t},$$

missä m_0 on aineen määrä alussa ja T on ns. *puoliintumisaika*. Osoita sijoittamalla $t = T$, että $m(T) = \frac{1}{2}m_0$. Mitä tämä tarkoittaa käytännössä?

6. Jatkoa edelliseen tehtävään. Osoita derivoimalla, että

$$m'(t) = -\frac{\ln 2}{T} \cdot m(t).$$

Tällaista yhtälöä nimitetään *eksponentiaalisen kasvun differentiaaliyhtälöksi*.

7. Etsi matriisin

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ -1 & -2 & 0 \\ 2 & 6 & 5 \end{bmatrix}$$

käänteismatriisi Gaussin–Jordanin menetelmällä.

8. Olkoon A sama matriisi kuin edellisessä tehtävässä ja

$$C = \begin{bmatrix} 10 & -3 & -6 \\ -5 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

Laske kertolasku CA ja totea, että A ja C ovat toistensa käänteismatriiseja.

9. Tulkitse yhtälöryhmä

$$\begin{cases} x + 3y + 3z = 1 \\ -x - 2y = 2 \\ 2x + 6y + 5z = 3 \end{cases}$$

matriisiyhtälöksi $AX = B$ valitsemalla matriisit A , X ja B sopivasti.

10. Ratkaise edellisen tehtävän yhtälöryhmä käyttämällä matriisin A käänteismatriisia. Tarkista ratkaisu sijoittamalla.