

Kaikissa trigonometrisia funktioita käsittelevissä tehtävissä on tarkoitus käyttää kulmanyksikkönä radiaaneja (muuten esim. normaalit derivointikaavat eivät toimi). Aseta siis myös laskimesi käyttämään yksikkönä radiaaneja.

1. Tarkastellaan yhdistettyä funktiota

$$s(x) = \sin(x + a), \quad \text{missä } a \text{ on jokin vakio.}$$

Sijoita vakion a paikalle eri lukuja (esim. 0, 1, 2, -1 , $\pi/2$ jne.) ja piirrä saamasi funktioiden kuvaajat. Millä tavoin vakion a vaihtelevinen vaikuttaa funktioon?

2. Derivoi seuraavat funktiot:

$$f(x) = \sin x - \cos x, \quad g(t) = \cos(3t), \quad h(y) = \sin y \cdot \cos y.$$

3. Derivoi seuraavat funktiot:

$$p(x) = e^x \sin x, \quad q(x) = (\sin x)^2, \quad r(x) = \frac{\cos x}{e^{2x}}.$$

4. Olkoon n jokin kokonaisluku. Ratkaise tuntematon x yhtälöstä

$$2x + 1 = \frac{\pi}{2} + n\pi.$$

Selvitä sitten ne kokonaisluvut n , joilla saamasi x osuu välille $[-2, 2]$.

5. Ratkaise välillä $[-2, 2]$ yhtälö

$$\cos(2x + 1) = 0.$$

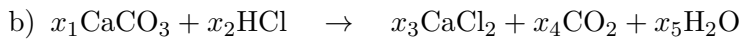
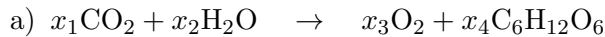
Toisin sanoen etsi sellaiset luvut x , jotka toteuttavat yhtälön ja ovat kyseisellä välillä.

Ohje. Päättele ensin kosinifunktion nollakohtien perusteella, mikä yhtälö saadaan lausekkeelle $2x + 1$. Käytä sitten edellistä tehtävää.

6. Laske seuraavat määrättyt integraalit:

$$\int_0^{\pi} \sin x \, dx, \quad \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos t + t \, dt.$$

7. Tehtaassa tapahtunut kemikaalivuoto saadaan nopeasti aisoihin, ja vuotonopeus alkaa tyrehtyä eksponentiaalisesti, noudattaen funktiota $f(t) = e^{-\frac{1}{3}t}$. Tässä t on vuodon alusta kulunut aika tunteina ja vuotonopeuden yksikkö on litroja tunnissa. Piirrä vuotonopeuden f kuvaaja ja arvioi sen perusteella, kuinka paljon kemikaalia vuoti tuntien 0 ja 2 välillä sekä tuntien 2 ja 10 välillä vuodon alusta lukien.
8. Laske edellisen tehtävän vuotomäärät täsmällisesti määrittämällä ensin vuotonopeuden f integraalifunktio.
9. Kemiallisessa reaktioyhtälössä täytyy olla molemmilla puolilla yhtä suuri määrä kunkin aineen atomeja. Seuraavissa reaktioyhtälöissä kertoimet ovat tuntemattomia (x_1, x_2 jne.). Kirjoita kussakin tapauksessa yhtälöryhmä, joka tuntemattomien on toteutettava, jotta reaktioyhtälö pitäisi paikkansa.



Neuvo. Esimerkiksi hiiliatomeja on ensimmäisen reaktioyhtälön vasemmalla puolella x_1 kpl ja oikealla puolella $6x_4$ kpl. Hiilen on siis toteutettava yhtälö $x_1 = 6x_4$, joka voidaan kirjoittaa myös muodossa $x_1 - 6x_4 = 0$. Samalla tavoin saadaan esimerkiksi ensimmäisen reaktioyhtälön vetyatomeja vastaava yhtälö $2x_2 - 12x_4 = 0$.

10. Tarkastellaan yhtälöryhmää

$$\begin{cases} x + y & = & 5 \\ & y + 3z & = & -2 \\ 3x & + & z & = & 1 \end{cases}$$

Määritä yhtälöryhmän matriisi ja suorita matriisille peräkkäin seuraavat rivitoimitukset:

1. Kerro ensimmäinen rivi luvulla -3 ja lisää se kolmanteen riviin.
 2. Kerro toinen rivi luvulla 3 ja lisää se kolmanteen riviin.
 3. Jaa kolmas rivi luvulla 10 .
 4. Kerro kolmas rivi luvulla -3 ja lisää se toiseen riviin.
 5. Kerro toinen rivi luvulla -1 ja lisää se ensimmäiseen riviin.
11. Mikä on edellisen tehtävän yhtälöryhmän ratkaisu?
12. Eräällä yhtälöryhmällä on seuraavanlainen matriisi:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 6 \end{array} \right].$$

Mikä yhtälöryhmä on kyseessä ja mikä on sen ratkaisu?