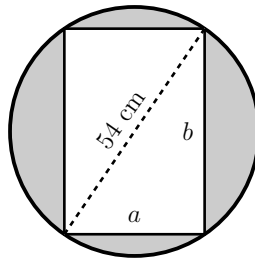
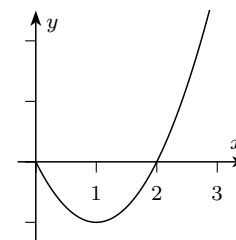
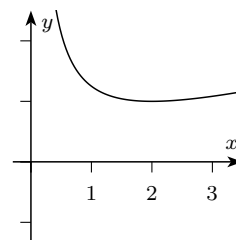
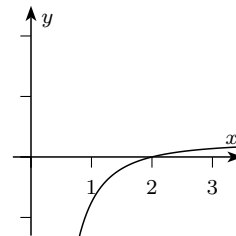
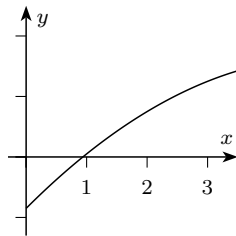
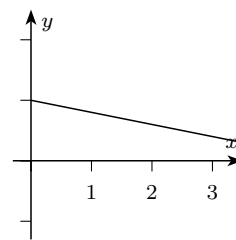
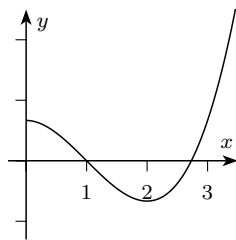


1. Tämä tehtävä on jatkoa edellisen harjoituksen tehtävään 10. Tukista, jonka läpimitta on 54 cm, sahataan poikkileikkaukseltaan suorakulmion muotoinen parru (ks. oheinen kuva). Lujuusopin mukaan parru kestää suurimman kuormituksen tiettyyn suuntaan, kun tulo  $ab^2$  on suurin mahdollinen. Laske sahattavan parrun mitat, kun parrusta halutaan vahvin mahdollinen.



2. Vasemmassa sarakkeessa on eräiden funktioiden kuvaajia ja oikealla niiden derivaattafunktioiden kuvaajia. Yhdistä jokainen funktio derivaattafunktioonsa.



3. Myyntiin tuli yksittäinen erä uutta lannoitetta, ja Jaakko halusi ostaa sitä varastoon. Kauppias antoi ostetun määrän mukaan alennusta siten, että yhdelle tonnille tuli hinnaksi  $100 + \frac{50}{x}$  euroa, missä  $x$ :llä merkitään ostetun lannoitteen määrää

tonneina. Lisäksi lannoitteen varastoinnista syntyi kuluja kaikkiaan  $\frac{x^2}{320}$  euroa tonnia kohti (kun laskettiin sekä tarvittavan tilan koon että varastointiajan vaikutus). Tässä  $x$  niin ikään merkitsee ostetun lannoitteen määrää tonneina.

Määritä funktio, joka kuvaa yhteiskustannuksien riippuvuutta lannoitteen määrästä. Mikä on funktion määrittelyjoukko? Derivoi funktio.

4. Jatkoa edelliseen tehtävään. Etsi lannoitteen määrä  $x$ , jolla kustannukset ovat pienimmät mahdolliset.

5. Määritä funktion  $f(x) = x^2 - 4x$  nollakohdat ja laske integraalin avulla kyseisen funktion kuvaajan ja x-akselin rajoittaman suljetun alueen ala. (Kannattaa piirtää ensin kuvaaja.)

6. Määritä seuraavat integraalifunktiot:

$$\int 4x^3(x^4 - 7)^5 dx \quad \text{ja} \quad \int \frac{x}{(x^2 + 1)^{2013}} dx.$$

7. Päättele logaritmin määritelmän nojalla (ilman laskinta), mitä ovat

$$\log_5 125, \quad \log_3 \sqrt{3}, \quad \log_2 \frac{1}{4}, \quad \log_{10} 10^6, \quad \log_2 8^x.$$

Tarkista lopuksi tuloksesi laskemalla logaritmit laskimella (viimeistä lukuunottamatta). Tarvitset tähän kantaluvin muunnoskaavaa

$$\log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}.$$

8. Ratkaise yhtälöt

$$e^{2x} = 1200 \quad \text{ja} \quad \ln(5x - 1) = 2.$$

9. Derivoi seuraavat funktiot:

$$f(x) = e^{-3x}, \quad h(x) = x^3 e^x, \quad k(x) = \frac{2x}{e^x}.$$

10. Laske seuraavat määrätyt integraalit:

$$\int_0^1 e^x dx, \quad \int_1^2 \frac{1}{x} dx, \quad \int_0^5 e^{-2x} dx.$$

11. Tarkista, että funktio  $F(x) = x \ln x - x$  on funktion  $f(x) = \ln x$  integraalifunktio.

12. Piirrä yksikköympyrään seuraavat kulmat:

$$-15^\circ, \quad 240^\circ, \quad 700^\circ, \quad \frac{\pi}{6} \text{ (rad)} \quad \text{ja} \quad \frac{2}{3}\pi \text{ (rad)}.$$

Määritä piirtämistäsi kuvista kyseisten kulmien sinit ja kosinit. Tarkista tulokset laskimella.