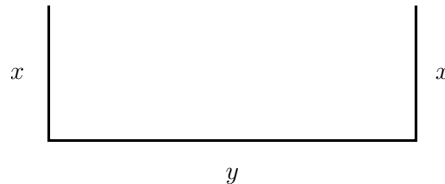


1. Derivoi seuraavat rationaalifunktiot:

$$p(x) = \frac{x-1}{2x+1}, \quad q(x) = \frac{3x^2-x-2}{x^2+1}, \quad r(x) = \frac{1}{x^3}.$$

2. Tämä tehtävä on jatkoa edellisen harjoituksen tehtäviin 9 ja 10. Halutaan rakentaa oheisen kuvan mukainen suorakulmion muotoinen aitaus, jonka yksi sivu on avoin. Aitamateriaalia on käytettävissä 60 metrin pituiseen aitaan. Derivoi edellisen harjoituksen tehtävässä 12 saamasi pinta-alaa kuvaava funktio A ja määritä derivaatan nollakohdat.



3. Jatkoa edelliseen tehtävään. Laadi pinta-alaa kuvaavan funktion A kulkukaavio ja selvitä sen avulla suurimman mahdollisen aitauksen mitat.
4. Tarkastellaan rationaalifunktiota

$$g(x) = \frac{x+1}{x^2-3x}.$$

Derivoi funktio ja määritä derivaatan nollakohdat.

5. Edellisen tehtävän funktio g esiintyi jo ensimmäisissä harjoituksissa, joissa mm. tutkittiin kuvaajan perusteella, missä funktio on kasvava ja missä vähenevä. Tutki nyt derivaatan avulla täsmällisesti, millä väleillä funktio on kasvava ja millä vähenevä.
6. Tarkastellaan funktiota

$$h(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x}}.$$

Mikä on funktion määrittelyjoukko? Selvitä derivaatan avulla, missä funktio on kasvava ja missä vähenevä.

7. Onko edellisen tehtävän funktiolla h suurinta tai pienintä arvoa?
8. Derivoi seuraavat funktiot tulkitsemalla ne ensin yhdistetyiksi funktioiksi:

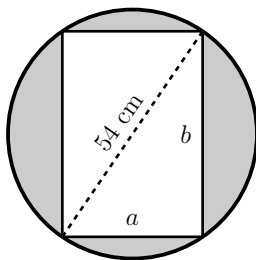
$$f(x) = (2x^3 + 7)^{12}, \quad g(x) = \sqrt[3]{x^2 - 1}, \quad h(x) = \frac{1}{(x-1)^{2013}}.$$

9. Määritä vakion a arvo siten, että funktion $f(x) = a(x^2 + 1)^{10} + 5$ derivaatta on

$$f'(x) = x(x^2 + 1)^9.$$

(Vihje: Kokeile rohkeasti derivoida funktiota f . Voit sijoittaa a :n paikalle jonkin luvun ja katsoa, mitä tapahtuu.)

10. Tukista, jonka läpimitta on 54 cm, sahataan poikkileikkaukseltaan suorakulmion muotoinen parru (ks. oheinen kuva). Jos sivun pituus a tunnetaan, mikä on toisen sivun pituus b ? (Vihje: Pythagoraan lause.)



11. Jos funktio kuvaa jonkin suureen muutosnopeutta, sen integraalifunktio kuvaa kyseisen suureen kertymää. Esimerkiksi vuotonopeus kerryttää vuotaneen aineen määrää. Päättele seuraavista funktioista, minkä suureen muutosnopeudesta voisi olla kyse, eli minkä suureen kertymää vastaava integraalifunktio voisi kuvata.
- a) auton nopeus ajanhetken funktiona
 - b) tuulen nopeus ajanhetken funktiona
 - c) vesipumpun teho ajanhetken funktiona
12. Etsi seuraavien funktioiden integraalifunktiot:

$$f(x) = 3x^2 - 2, \quad g(t) = t^5 - 3t^3 + 2t, \quad h(x) = \sqrt{x} + 1.$$

Laske sitten seuraavat määrätyt integraalit:

$$\int_{-1}^2 3x^2 - 2 \, dx, \quad \int_0^1 t^5 - 3t^3 + 2t \, dt, \quad \int_1^4 \sqrt{x} + 1 \, dx.$$