

Ohessa on muutamia kertaustehtäviä kurssilla käsitellyistä asioista. Osa tehtävistä on melko laajoja, ja niissä harjoitellaan yhtä aikaa useita kurssin asioita. Kokeeseen ei kovin laajoja tehtäviä tai ainakin ne on jaettu pienempiin osiin. Yritä tehdä kustakin tehtävästä niin paljon kuin pystyt. Kuvaajien piirtämisestä on varmasti hyötyä.

Tehtäviin voi kysyä neuvoa viimeisen viikon luennoilla, laskuharjoituksissa ja työpaikoissa. Niistä ei kuitenkaan saa ylimääräisiä laskuharjoituspisteitä.

1. Tarkastellaan rationaalifunktiota

$$f(x) = \frac{6x^2 - 9x + 3}{2x^2 - x - 3}.$$

Tutki funktion f kulkua. Selvitä erityisesti, missä funktio ei ole määritelty, missä se saa arvon nolla, missä se on kasvava ja missä vähenevä, missä sillä on paikallisia ääriarvoja, mikä funktion arvo on paikallisissa ääriarvokohdissa ja miten funktio käyttäytyy kohdissa, joissa se ei ole määritelty, sekä millaista käyttäytyminen on hyvin suurilla ja pienillä lähtöarvoilla.

2. Myyntiin tuli yksittäinen erä uutta lannoitetta, ja Jaakko halusi ostaa sitä varastoon. Kauppias antoi ostetun määrän mukaan alennusta siten, että yhdelle tonnille tuli hinnaksi $100 + \frac{50}{x}$ euroa, missä x :llä merkitään ostetun lannoitteen määrää tonneina. Lisäksi lannoitteen varastoinnista syntyi kuluja kaikkiaan $\frac{x^2}{320}$ euroa tonnia kohti (kun laskettiin sekä tarvittavan tilan koon että varastointiajan vaikutus).

Kirjoita funktio, joka kuvaa kokonaiskustannuksia ostettua lannoitetonnia kohti. Selvitä sitten derivaatan avulla se lannoitteen määrä, jolla kustannukset ovat pienimmillään.

3. Kun vesipumppu käynnistettiin ja sen tehoa tarkkailtiin, tehon arveltiin noudattavan suunnilleen funktiota $P(t) = -8t^2 + 32t$, missä t on aika minuuteissa. Tehon yksikkönä on vesilitraa minuutissa. Kun funktio P saavutti maksimiarvonsa, pumppu käynti tasaantui ja teho säilyi vakiona.

Milloin pumppu saavutti maksimitehonsa, kuinka suuri maksimiteho oli ja kuinka paljon vettä pumppu oli ehtinyt kerryttää sen käynnistämisestä maksimitehon saavuttamiseen asti? (Veden määrä on pumppaustehon integraali.)

4. Erään kriittisesti vaimennetun jousen värähtelyä kuvaa funktio

$$x(t) = 3te^{-0.5t}.$$

Tuossa funktiossa lähtöarvo t kuvaa aikaa sekunteina ja funktion arvo $x(t)$ jousen poikkeamaa tasapainoasemasta (cm). Selvitä derivaatan avulla, milloin jousen poikkeama on suurimmillaan ja kuinka suuri poikkeama tuolloin on.