

Kurssin sisältö

- ▶ funktiot
- ▶ raja-arvo
- ▶ derivaatta
- ▶ integraali
- ▶ eksponentti-, logaritmi- ja trigonometriset funktiot
- ▶ lineaariset yhtälöryhmät ja matriisit

1 / 7

Raja-arvo

- ▶ funktion käyttäytyminen jonkin pisteen *läheisyydessä*
- ▶ tarvitaan (varsinkin) silloin kun arvoa ei voida laskea
- ▶ laskeminen opittiin rationaalifunktiolle: perustui lausekkeen nimittäjän jakamiseen tekijöihin
- ▶ funktion käyttäytyminen suurilla ja pienillä lähtöarvoilla
- ▶ laskeminen opittiin rationaalifunktiolle: perustui supistamiseen nimittäjän korkeimman asteen termillä

Raja-arvojen laskemista ei kysytä kokeessa (mutta kuvasta voi joutua arvioimaan).

3 / 7

Funktiot

- ▶ funktion lauseke
- ▶ määrittelyjoukko
- ▶ kuvaaja
- ▶ polynomi- ja rationaalifunktiot
- ▶ yhdistetty funktio

Näitä käsitteitä tarvitaan koko ajan.

2 / 7

Derivaatta

- ▶ kuvaajan sivuajan kulmakerroin
- ▶ kertoo funktion (hetkellisen) kasvunopeuden
- ▶ ei ole aina olemassa
- ▶ opittiin laskemaan polynomi- ja rationaalifunktiolle
- ▶ opittiin laskemaan myös yleisille potenssi- ja juurifunktiolle sekä yhdistetyille funktioille
- ▶ kulkukaavion avulla voidaan selvittää funktion kasvavuutta tai vähenevyyttä sekä ääriarvoja
- ▶ sovelluksena mm. optimointitehtävät

Derivaatta on erittäin tärkeä työväline. Melko suurella varmuudella kokeeseen tulee jokin optimointitehtävä.

4 / 7

Integraali

- ▶ integrointi on derivoinnin käänteisoperaatio
- ▶ suureen integraali kuvaa suureen kertymää
- ▶ määrätty integraali lasketaan integraalifunktion arvojen erotuksena (esim. kertymä jollakin aikavälillä)
- ▶ opittiin laskemaan polynomeille, potenssi- ja juurifunktioille sekä rajoitetussa määrin yhdistetyille funktioille
- ▶ kuvaajassa (määrätty) integraali ilmaisee käyrän ja x-akselin välisen pinta-alan

Periaate helppo, käytännön laskut usein vaikeita. Polynomien integrointi on syytä osata, kuten myös kertymäsovelluksen idea.

5 / 7

Erityisfunktiot

- ▶ eksponenttifunktiot $f(x) = a^x$
- ▶ logaritmifunktiot $f(x) = \log_a x$: arvo kertoo mihin potenssiin a pitää korottaa, jotta saadaan x
- ▶ derivointikaavat: $D e^x = e^x$ ja $D \ln x = \frac{1}{x}$
- ▶ logaritmin laskemisessa tarvitaan kantaluvun vaihtoa
- ▶ sini- ja kosinifunktio
- ▶ määritelmät yksikköympyrän avulla
- ▶ jaksollisuus ja nollakohtien määrittäminen
- ▶ derivointikaavat: $D \sin x = \cos x$ ja $D \cos x = -\sin x$

Pitäisi osata perusasiat, kuten arvojen laskeminen ja derivointi. Esiintyvät usein erilaisissa sovelluksissa.

6 / 7

Yhtälöryhmät ja matriisit

- ▶ Gaussin–Jordanin eliminointimenetelmä
- ▶ G–J:n tuloksena kolme vaihtoehtoa:
 - ▶ joka sarakeeseen (vasemmalle puolelle) saadaan yksi ykkönen, loput nolliä: tällöin ratkaisu on yksikäsitteinen
 - ▶ jollekin riville tulee yhtälö tyyppiä $0 = 1$: tällöin ratkaisuja ei ole lainkaan olemassa
 - ▶ jossakin sarakeessa ei voida eliminoida: tällöin ko. saraketta vastaa vapaa muuttuja, jonka arvot voi valita vapaasti (ratkaisuja äärettömän monta)
- ▶ matriisien laskutoimitukset: yhteen- ja vähennyslasku, skalaarikertolasku ja matriisikertolasku
- ▶ ykkösmatriisi ja käänteismatriisi
- ▶ yhtälöryhmän kirjoittaminen matriisiyhtälönä ja tämän ratkaisu käänteismatriisin avulla (jos mahdollista)

Eliminointimenetelmä pitää osata ja kaikki kolme mahdollista tulosta tulkita oikein. Myös käänteismatriisin käyttö on osattava, ja tähän taas vaaditaan matriisikertolaskua.

7 / 7