

Tehtävää 2 lukuunottamatta kaikissa trigonometrisia funktioita käsittelevissä tehtävissä on kulmanyksikkönä radiaanit. Aseta siis laskimesi käyttämään yksikkönä radiaaneja tai muunna kulmat tarvittaessa asteiksi.

1. Kirjoita seuraavien funktioiden lausekkeet potenssimuodossa, esim.  $\frac{1}{x^5} = x^{-5}$ .

$$f(x) = \frac{1}{x^3}, \quad g(x) = -\frac{1}{x}, \quad h(x) = \frac{2x}{x^2}.$$

Määritä funktioiden integraalifunktiot. Muista, että potenssin  $-1$  tapauksessa tarvittavat logaritmit.

2. Piirrä yksikköympyrään seuraavat kulmat:

$$-15^\circ, \quad 240^\circ, \quad 700^\circ, \quad \frac{\pi}{6} \text{ (rad)} \quad \text{ja} \quad \frac{2}{3}\pi \text{ (rad)}.$$

Määritä piirtämistäsi kuvista kyseisten kulmien sinit ja kosinit. Tarkista tulokset laskimella.

3. Derivoi seuraavat funktiot:

$$f(x) = \sin x - \cos x, \quad g(t) = \cos(3t), \quad h(y) = \sin y \cdot \cos y.$$

4. Derivoi seuraavat funktiot:

$$p(x) = e^x \sin x, \quad q(x) = (\sin x)^2, \quad r(x) = \frac{\cos x}{e^{2x}}.$$

5. Olkoon  $n$  jokin kokonaisluku. Ratkaise tuntematon  $x$  yhtälöstä

$$2x = \frac{\pi}{2} + n\pi.$$

Selvitä sitten ne kokonaisluvut  $n$ , joilla saamasi  $x$  osuu välille  $[-2, 2]$ .

6. Ratkaise yhtälö

$$\cos(2x) = 0.$$

*Ohje.* Päättele ensin kosinifunktion nollakohtien perusteella, mikä yhtälö saadaan lausekkeelle  $2x$ . Käytä sitten edellistä tehtävää.

7. Tarkastellaan yhdistettyä funktiota

$$s(x) = \sin(x + a), \quad \text{missä } a \text{ on jokin vakio.}$$

Sijoita vakion  $a$  paikalle eri lukuja (esim. 0, 1, 2,  $-1$ ,  $\pi/2$  jne.) ja piirrä saamasi funktioiden kuvaajat. Millä tavoin vakion  $a$  vaihteleva vaikuttaa funktioon?

8. Laske seuraavat määrätyt integraalit:

$$\int_0^\pi \sin x \, dx, \quad \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos t + t \, dt.$$

9. Lämpimän alueen nurmikasvin kasvunopeus riippuu suotuisissa oloissa lähinnä auringonpaisteen voimakkuudesta. Paisteen määrä puolestaan vaihtelee vuodentakieron myötä. Eräessä tilanteessa arvioitiin, että nurmikasvin kasvunopeus noudattaa suunnilleen funktiota

$$k(t) = 1500 - 900 \cos\left(\frac{\pi}{6} \cdot t - \frac{1}{2}\right) \quad (\text{kg/ha/kk}),$$

missä  $t$  on aika kuukausina ensimmäisen tarkkailuvuoden alusta lähtien.

Derivoi funktio  $k$  ja selvitä derivaatan avulla, missä kuussa kasvu on nopeinta. (Piirrä myös kuvaaja.)

10. Tarkastellaan yhtälöryhmää

$$\begin{cases} x + y & = & 5 \\ & y + 3z & = & -2 \\ 3x & + & z & = & 1 \end{cases}$$

Määritä yhtälöryhmän matriisi ja suorita matriisille peräkkäin seuraavat rivitoimitukset:

1. Kerro ensimmäinen rivi luvulla  $-3$  ja lisää se kolmanteen riviin.
2. Kerro toinen rivi luvulla  $3$  ja lisää se kolmanteen riviin.
3. Jaa kolmas rivi luvulla  $10$ .
4. Kerro kolmas rivi luvulla  $-3$  ja lisää se toiseen riviin.
5. Kerro toinen rivi luvulla  $-1$  ja lisää se ensimmäiseen riviin.

11. Mikä on edellisen tehtävän yhtälöryhmän ratkaisu?

12. Eräällä yhtälöryhmällä on seuraavanlainen matriisi:

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 6 \end{array} \right].$$

Mikä yhtälöryhmä on kyseessä ja mikä on sen ratkaisu?