

1. Laske logaritmit $\ln 10$, $\lg 7$, $\log_6 9$ ja $\ln \sqrt{10^{1000}}$ käyttäen laskinta apuna. Arvioi lisäksi kuinka monta numeroa on luvussa $4,5^{100}$. (Käytä potenssien ja logaritmien laskusääntöjä. Kymmenkantainen logaritmi antaa suunnilleen luvun numeroiden määrän.)

2. Määritä funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = xe^{-x}$ suurin arvo.

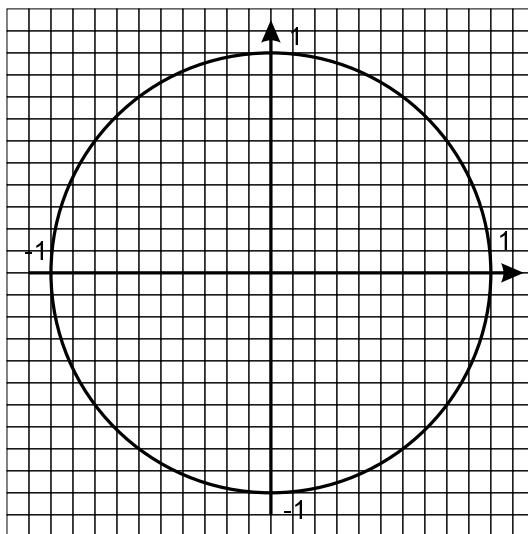
Neuvo. Derivoimisessa tarvitset tulon sekä yhdistetyn funktion derivoimisääntöjä. Matki materiaalin esimerkkiä. Derivaataksi pitäisi tulla $e^{-x}(1-x)$. Muista, että e^{-x} on aina positiivinen.

3. Laske seuraavat integraalit:

$$(a) \int_1^e \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2} dx, \quad (b) \int_0^2 \frac{1}{2x+1} dx, \quad (c) \int_0^{\ln 2} e^{3x} dx.$$

Neuvo. Kirjoita (a)- ja (b)-kohdissa termit potenssimuodossa (siis $1/x^2 = x^{-2}$ jne.). Kohdissa (b) ja (c) tarvitset integroimisääntöä, joka koskee yhdistetyn funktion derivaattaa (sääntö numero 5, ks. myös esimerkki 5.8). Kerro esimerkiksi (c)-kohdassa integroitava lauseke kolmella ja koko integraali luvulla $1/3$, niin saat integraalin sisälle tarvitsemasi sisäfunktion derivaatan.

4. Piirrä yksikköympyrään seuraavat suunnatut kulmat: 45° , 200° ja -30° . Muuta nämä kulmat radiaaneiksi. Ratkaise sitten samasta kuvasta arvioimalla $\sin 45^\circ$, $\cos 45^\circ$, $\sin -30^\circ$ ja $\cos 200^\circ$. Tarkista tuloksesi laskimella.



5. Derivoi seuraavat funktiot:

$$(a) \quad f(x) = e^x \sin x, \quad (b) \quad g(x) = e^{(x^2)}, \quad (c) \quad h(x) = \frac{\cos x}{\sin x}.$$

6. Kasviplanktonin yhteyttämistä tutkittiin havainnoimalla hiili-14-isotoopin sitoutumista pohjoisessa järvässä. Yhteyttämistehokkuus vaihteli jaksollisesti vuodenaikojen mukaan, ja koko järven hiili-14:n sitomisen havaittiin noudattavan suurin piirtein funktiota

$$s(t) = 300 \cos\left(\frac{\pi}{6} \cdot t\right) + 500 \quad \text{kg/kk},$$

missä t on aika kuukausina heinäkuun alusta lähtien. Selvitä, milloin yhteyttäminen on vähäisintä, ja laske integroimalla kesäkuukausien aikana (kesä-, heinä-, ja elokuu) sitoutuneen hiilen kertymä.