

Y100 (Matematiikka I)

Harjoitus 6 (viimeinen harjoitus, 2 sivua)

11.-15.12.2006

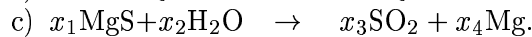
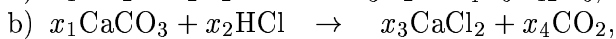
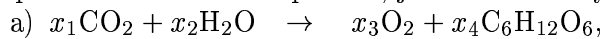
1. Ainetta strontium-83 on alussa 40 kiloa ja 2,7 vuorokauden kuluttua 10 kiloa. Ratkaise strontiumin määrä ajan funktiona (alussa aikaa on kulunut 0 vuorokautta), kun aineen hajoamisnopeus on suoraan verrannollinen sen määrään.

Huom! Tämä tehtävä ei liity yhtälöryhmiin vaan differentiaaliyhtälöihin.

2. Ratkaise sen paraabelin yhtälö, joka kulkee pisteiden  $(1, 0)$ ,  $(-1, 6)$  ja  $(2, 3)$  kautta.

*Neuvo:* Paraabelin yhtälö on  $y = ax^2 + bx + c$ . Sijoita tähän  $x$ :n ja  $y$ :n paikalle vuorotellen annettujen pisteiden koordinaatit, jolloin saat kolme lineaarista yhtälöä tuntemattomille  $a$ ,  $b$  ja  $c$ .

3. Kemiallisessa reaktioyhtälössä täytyy molemmilla puolilla olla yhtä suuri määrä kunkin aineen atomeja. Seuraavista reaktioyhtälöistä puuttuvat kertoimet (tuntemattomat  $x_1$ ,  $x_2$ , jne.). Kirjoita yhtälöryhmät, jotka näiden kertoimien on toteutettava. Ratkaise sen jälkeen yhtälöryhmät eliminointimenetelmällä. Jos ratkaisuja tulee ääretön määrä, valitse mielestäsi reaktioyhtälöön parhaiten sopiva ratkaisu. Mitä tapahtuu, jos ratkaisu on yksikäsitteinen?



Esimerkiksi a)-kohdassa hiiliatomeja on vasemmalla puolella  $x_1$  kpl ja oikealla puolella  $6x_4$  kpl. Ne toteuttavat siis yhtälön  $x_1 - 6x_4 = 0$ . Samaten saadaan happiatomeja vastaava yhtälö  $2x_1 + x_2 - 2x_3 - 6x_4 = 0$  ja vetyatomeja vastaava yhtälö  $2x_2 - 12x_4 = 0$ .

4. Olkoot

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 5 & 0 \\ -1 & 0 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 \\ -4 & 3 & 2 \\ 3 & -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \text{ja} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Laske seuraavista matriiseista ne, jotka on määritelty:  $A + B$ ,  $B - C$ ,  $BC$ ,  $CB$ ,  $CA$ ,  $C^2$ ,  $C(A + B)$ .

5. Etsi seuraavissa kohdissa annetun matriisin käänteismatriisi tai osoita, että matriisi ei ole kääntyvä:

$$(a) \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ -1 & -2 & 0 \\ 2 & 6 & 5 \end{bmatrix}, \quad (b) \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}.$$

6. Ratkaise seuraavat yhtälöryhmät käyttämällä hyväksi edellisessä tehtävässä laskettua käänteismatriisiä:

$$(a) \quad \begin{cases} x & +3y & +3z & = & 1 \\ -x & -2y & & = & 1 \\ 2x & +6y & +5z & = & 1 \end{cases}, \quad (b) \quad \begin{cases} x & +3y & +3z & = & 1 \\ -x & -2y & & = & 2 \\ 2x & +6y & +5z & = & 3 \end{cases}.$$

7. Anna palautetta kurssista kurssisivulle ilmestyvällä palautelomakkeella. (Tämän tehtävän voit tehdä kokeen jälkeen, kunhan et unohda.)