

Y100 (Matematiikka I)

Harjoitus 5

4.12.-8.12.2006

1. Näytä, että annetut funktiot toteuttavat kyseiset differentiaaliyhtälöt seuraavissa tapauksissa:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & y' = 2xy, & y(x) = e^{x^2}, \\ \text{b)} & x'''x''x' = 0, & x(t) = 5t^2, \\ \text{c)} & y'' - 2y' + 2y = 0, & y(x) = e^x \sin x. \end{array}$$

2. Ratkaise seuraavat alkuarvotehtävät:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & y' = \frac{1}{x}, \quad y(1) = 1, \quad (x > 0) \\ \text{b)} & y'' = x, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1. \end{array}$$

3. Tunnista seuraavista separoituvat yhtälöt. Muunna ne separoituun muotoon ( $g(y)y' = h(x)$ ) ja ratkaise niistä yksi.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & \sqrt{y}y' = 3x + 2, & \text{b)} & y' = y + 1, \\ \text{c)} & y' = y + x, & \text{d)} & y'x = y' + y, \\ \text{e)} & 2xy' = 2xy - 1. \end{array}$$

4. Ratkaise seuraavat alkuarvotehtävät. (Muista ottaa huomioon erillisratkaisut.)

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & \frac{y'}{x} = \frac{3x}{y}, \quad y(1) = 2, \quad (x > 0) \\ \text{b)} & y' = (2x + 1)y, \quad y(10) = 0. \end{array}$$

5. Bakteeripopulation kasvunopeus on suotuisissa olosuhteissa suoraan verrannollinen populaation kokoon. Eräessä näytteessä populaation koko oli aluksi 100000 ja tunnin kuluttua 1000000. Ratkaise populaation kokoa kuvaava funktio.

6. Ratkaise seuraavat yhtälöryhmät eliminointimenetelmällä. (Voi olla, että ratkaisua ei ole olemassa.)

$$\text{(a)} \quad \begin{cases} 2x + 4y + 6z = -4 \\ 3x - 2y + z = 2 \\ x - z = 8 \end{cases}, \quad \text{(b)} \quad \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 2 \\ 2x_1 - 5x_2 + 5x_3 = 3 \\ -3x_1 + 4x_2 - 4x_3 = -4 \end{cases}.$$