

Y100 (Matematiikka 1)  
Harjoitus 4 (2 sivua)  
27.11.-1.12.2006

1. Laske logaritmit  $\log_6 9$  ja  $\ln \sqrt{10^{1000}}$  käyttäen laskinta apuna. Arvioi lisäksi kuinka monta numeroa on luvussa  $4,5^{100}$ . (Kymmenkantainen logaritmi antaa suunnilleen luvun numeroiden määrän.)
2. Määritä funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = xe^{-x}$  suurin arvo.

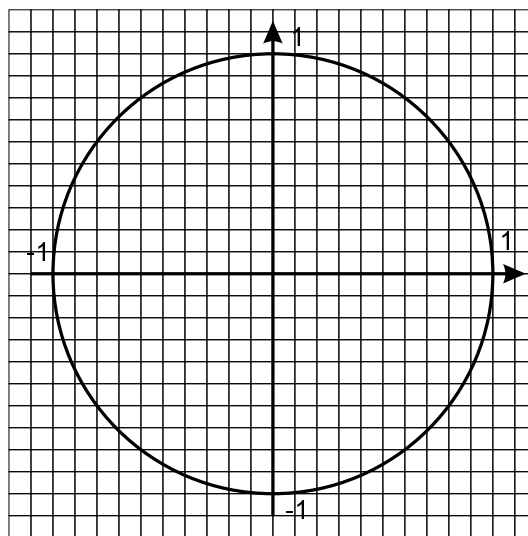
*Neuvo.* Derivoimisessa tarvitset tulon sekä yhdistetyn funktion derivoimisääntöjä. Matki materiaalin esimerkkiä. Derivaataksi pitäisi tulla  $e^{-x}(1-x)$ . Lisäksi  $e^{-x}$  on aina positiivinen.

3. Laske seuraavat integraalit:

$$(a) \int_1^e \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2} dx, \quad (b) \int_0^2 \frac{1}{2x+1} dx.$$

*Neuvo.* Kirjoita kaikki termit potenssimuodossa (siis  $1/x^2 = x^{-2}$  jne.). Kohdassa (b) tarvitset integroimisääntöä, joka koskee yhdistetyn funktion derivaattaa (sääntö numero 5). Kerro integroitava kahdella ja koko integraali puolella niin kuin esimerkissä 5.8, niin saat integraalin sisälle tarvitsemasi sisäfunktion derivaatan.

4. Piirrä yksikköympyrään seuraavat suunnatut kulmat:  $45^\circ$ ,  $200^\circ$  ja  $-30^\circ$ . Muuta nämä kulmat radiaaneiksi. Ratkaise sitten samasta kuvasta arvioimalla  $\sin 45^\circ$ ,  $\cos 45^\circ$ ,  $\sin -30^\circ$  ja  $\cos 200^\circ$ . Tarkista tuloksesi laskimella.



5. Derivoi seuraavat funktiot:

$$(a) f(x) = e^x \sin x, \quad (b) g(x) = e^{(x^2)}, \quad (c) h(x) = \frac{\cos x}{\sin x}.$$

6. Etsi seuraavien yhtälöiden kaikki ratkaisut välillä  $[0, 7]$ :

$$(a) \quad \cos 3x = 0, \quad (b) \quad 4 \sin x = 2.$$

*Neuvo:* Huomaa b)-kohdassa, että  $\sin x = \sin(\pi - x)$ . Tästä syystä ratkaisuja on joka jaksoa kohden kaksi kappaletta. Lisäksi jokainen sinin arvo toistuu  $2\pi$ :n välein, joten ratkaisut ovat muotoa  $x_1 + n \cdot 2\pi$  ja  $x_2 + n \cdot 2\pi$ , missä  $x_2 = \pi - x_1$ .