

1. Ratkaise seuraavat yhtälöryhmät eliminointimenetelmällä. (Voi olla, että ratkaisua ei ole olemassa.)

$$\text{a) } \begin{cases} 2x + 4y + 6z = -4 \\ 3x - 2y + z = 2 \\ x - z = 8 \\ -2x + 2y = 10 \end{cases}, \quad \text{b) } \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 2 \\ 2x_1 - 5x_2 + 5x_3 = 3 \\ -3x_1 + 4x_2 - 4x_3 = -4 \end{cases}.$$

2. Mikolla on 5 euroa enemmän rahaa kuin Pekalla. Liisalla on yhtä paljon rahaa kuin Mikolla ja Pekalla yhteensä. Jos Pekan rahoihin lisättäisiin 3 euroa, hänellä olisi kolmannes Liisan määrästä. Kuinka paljon rahaa Mikolla, Pekalla ja Liisalla on?
3. Ratkaise sen paraabelin yhtälö, joka kulkee pisteiden $(1, 0)$, $(-1, 6)$ ja $(2, 3)$ kautta.

Vihje: Paraabelin yhtälö on $y = ax^2 + bx + c$. Sijoita tähän vuorotellen annetut pisteet, jolloin saat kolme lineaarista yhtälöä tuntemattomille a , b ja c .

4. Olkoon

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 5 & 0 \\ -1 & 0 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 \\ -4 & 3 & 2 \\ 3 & -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \text{ja} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Laske seuraavista matriiseista ne, jotka on määritelty: $A + B$, $B - C$, BC , CB , CA , $C(A + B)$.

5. Olkoon

$$\bar{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad \bar{b} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}, \quad \bar{x} = \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix} \quad \text{ja} \quad \bar{y} = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Ratkaise piirtämällä $\bar{a} + \bar{b}$ ja $\sqrt{2}\bar{a}$ ja laske näin saatujen vektorien pituudet. Laske lisäksi vektorien \bar{x} ja \bar{y} välinen kulma.

6. Etsi jokin vektori, jonka kaikki komponentit eivät ole nollia ja joka on kohtisuorassa vektoreita $(4, 3, 7)$ ja $(-1, -1, -1)$ vastaan.