

1. Laske seuraavat integraalit.

$$\text{a) } \int_1^2 e^x + \frac{x+1}{x} dx, \quad \text{b) } \int_0^\pi 2 \sin\left(8x + \frac{\pi}{4}\right) dx, \quad \text{c) } \int_0^1 \frac{2t}{t^2+1} dt.$$

Vihje: Muokkaa a)-kohdan rationaalilauseketta hieman. Käytä b)- ja c)-kohdissa yhdistetyn funktion derivointisääntöä. Tarkan arvon saat b)-kohtaan, kun muistat kosinin jakson.

2. Laske käyttäen osittaisintegrointia:

$$\text{a) } \int_{-1}^1 (3x+1)e^x dx, \quad \text{b) } \int_1^e 2x \ln x dx.$$

Vihje: Mieti tai kokeile, kumpaa funktion osaa ( $2x$  vai  $\ln x$ ) nyt kannattaa käsitellä  $f'$ :na.

3. Näytä, että annetut funktiot toteuttavat kyseiset differentiaaliyhtälöt seuraavissa tapauksissa:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } y'' + y' - 2y = x, & y(x) = e^x - \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}, \\ \text{b) } x'''x''x' = 0, & x(t) = 5t^2, \\ \text{c) } x^3y'' - x^2y' + xy = x^3, & y(x) = x^2. \end{array}$$

4. Tunnista seuraavista separoituvat yhtälöt. Muunna ne separoituun muotoon ( $g(y)y' = h(x)$ ), ja ratkaise niistä yksi. Muunnaa muuttamasi ota huomioon mahdolliset muutokset yhtälön määrittelyjoukossa ja etsi erillisratkaisuja muistakin kuin siitä yhtälöstä, jonka ratkaisit, jos niitä on.

$$\begin{array}{l} \text{a) } \sqrt{y}y' = 3x + 2, \\ \text{b) } y' = 2xy, \\ \text{c) } y' = y + x \\ \text{d) } y'x = y' + y, \\ \text{e) } 4xy^2y' = 2x^2. \end{array}$$

5. Ratkaise seuraavat alkuarvotehtävät. (Muista ottaa huomioon erillisratkaisut.)

$$\begin{array}{l} \text{a) } y' = \frac{1}{x}, \quad y(1) = 2, \quad (x > 0) \\ \text{b) } y'' = 2x + 1, \quad y(0) = 3, \quad y'(0) = 1, \\ \text{c) } y' = 2y, \quad y(0) = \frac{1}{2}. \end{array}$$

6. Bakteripopulation kasvunopeus on suotuisissa olosuhteissa suoraan verrannollinen populaation kokoon. Eräässä näytteessä populaation koko oli aluksi 100000 ja tunnin kuluttua 500000. Ratkaise populaation kokoa kuvaava funktio.