

Y100 matematiikka
Harjoitus 2
14.11.2005 ja 17.11.2005

Monissa seuraavista tehtävistä on hyödyllistä tutkia funktion kuvaajaa esim. graafisen laskimen tai Maplen avulla.

1. Mikä on funktion määrittelyjoukko?
 - a) $\frac{1}{3^x}$,
 - b) $\frac{1}{\log_{10} x}$,
 - c) $\log(-x)$.
2.
 - a) Sievennä $e^{x+2} \cdot e^{x+1}$,
 - b) Sievennä $(2^x)^{2x} \cdot \log_3 3^x$ (vihje: tästä saat logaritmin kokonaan pois),
 - c) Etsi ilman laskinta $\log_3 27$.
3. Tetrapiloktomian luennolla on ensimmäisenä päivänä 2 ihmistä. Heistä molemmat kertovat luennosta 3:lle kaverilleen, jotka ovat seuraavana päivänä mukana. Heistä edelleen jokainen kertoo luennosta 3:lle uudelle kaverille, jotka tulevat puolestaan mukaan kolmannen päivän luennolle. Muodosta funktio, joka kertoo uusien luennolle osallistujien määrän luentopäivän järjestysnumeron funktiona (oletetaan, että ensimmäinen päivä on numero 0). Montako uutta osallistujaa luennolla on 12:ntena päivänä? Tämän funktion määrittelyjoukko ei ole reaalilukujen joukko. Mikä se on? Minä päivänä luennolla kävi 162 uutta ihmistä? (Vihje: sievennä yhtälö muotoon, jossa toisella puolella on pelkkä eksponenttifunktio ja ota molemmista puolista jokin logaritmi. Näin voidaan toimia jos yhtälön molemmat puolet ovat positiivisia.)
4. Mikä on funktion määrittelyjoukko? Entä mitä arvoja se voi saada? Mikä on sen jakso? (Ohje: mikäli jakso ei ole helposti pääteltävissä, sen saa selville ottamalla funktion sisällä olevan lausekkeen yhteiseksi tekijäksi $x:n$ kertoimen ja käyttämällä jakson kertovia palautuskaavoja, esim. $\sin 4x = \sin(4x + 2n \cdot \pi) = \sin(4 \cdot (x + \frac{n}{2} \cdot \pi))$, mistä nähdään, että funktion arvo kohdassa $x + \frac{n}{2} \cdot \pi$ on sama kuin kohdassa x ja funktion jakso on $\frac{n}{2} \cdot \pi$)
 - a) $3 \cdot \cos 2x$,
 - b) $|\tan x|$,
 - c) $\frac{\sin(x+1)}{2}$.
5. Erään jousen päässä olevan punnuksen liikettä kuvaa funktio $f(t) = 8 \cdot \sin t$, missä t kuvaa aikaa ja $f(t)$ punnuksen sijaintia johonkin nollassoon nähden ajan funktiona. Etsi ajanhetket, joilla paino on korkeudella -3 nollassoon nähden. Muista, että palautuskaavojen mukaan ko. ajanhetkiä voi olla kaksi yhdessä funktion jaksossa.
6. Suorakulmaisessa kolmiossa on suoran kulman lisäksi kulmat A ja B. A:n viereisen kateetin pituus on 4. Ratkaise kolmiosta
 - a) A:n vastainen kateetti (a:n suhteen)
 - b) B:n kosini jos $A = 30^\circ$ (tarkka arvo, käytä apuna MAOLia)
 - c) kolmion piiri kulman B suhteen (ei oleteta mitään kulmasta A).