

1. Missä seuraavista tapauksista annettu ehto määrittelee funktion? Mikä on näissä tapauksissa funktion määrittely- eli lähtöjoukko?

- a) $f(x)$ = ”männynntaimen kasvunopeus marraskuun päivänä x ”,
b) $g(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$, missä $P(x)$ ja $Q(x)$ ovat polynomeja ja x reaaliluku,
c) $h(x)$ = ”se bussi, jolla pääsee kaupunginosaan x ”.

2. Hahmottele seuraavien funktioiden kuvaajat ja arvioi niiden perusteella funktion nollakohtia (eli missä $f(x) = 0$). Tarkista nollakohdat laskemalla.

- a) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + 2x^2 - 1$,
b) $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \begin{cases} x^2 - 2, & \text{kun } x \leq 0 \\ \frac{1}{x} - 1, & \text{kun } x > 0. \end{cases}$

3. Laske raja-arvot:

a) $\lim_{x \rightarrow 2} (x^4 - 2x^3 + 4)$, b) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 2x}{x + 2}$.

4. Laske raja-arvot (tai jos sellaista ei ole, ilmoita kasvaako tai väheneekö funktio rajatta):

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - 2x + 5}{5x^2 + 1}$, b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - 2x + 5}{-5x^3 + 1}$.

5. Ovatko seuraavat funktiot jatkuvia?

- a) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = |x|$ (Vihje: määrittele itseisarvofunktio paloittain)
b) $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$g(x) = \begin{cases} x^2, & \text{kun } x < 1 \\ 0, & \text{kun } x = 1, \\ x, & \text{kun } x > 1, \end{cases}$$

- c) $h : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$, $h(x) = 2x/x^2$.

6. Määritä luku a siten, että funktiosta $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tulee jatkuva, kun

a)

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{kun } x < 1 \\ a, & \text{kun } x = 1, \\ x, & \text{kun } x > 1, \end{cases}$$

b)

$$f(x) = \begin{cases} -x + a, & \text{kun } x < -1 \\ 2x^3 + x^2, & \text{kun } x \geq -1. \end{cases}$$

Muista perustella vastauksiasi!