

Tehtävissä viitataan matriisiin

$$A = \begin{bmatrix} 8 & -6 \\ 9 & -7 \end{bmatrix}.$$

1. Olkoon $\bar{v}_1 = (1, 1)$. Laske tulo $A\bar{v}_1$. Mitä huomaat?
2. Olkoon $\bar{v}_2 = (3, 3)$. Laske tulo $A\bar{v}_2$. Mitä huomaat?
3. Olkoon $\bar{w} = (2, 3)$. Laske tulot $A\bar{v}_1$ ja $A\bar{w}$. Mitä huomaat?
4. Ratkaise yhtälö $A\bar{x} = 2\bar{x}$ muuttamalla se ensin muotoon $(A - 2I)\bar{x} = \bar{0}$.
5. Mikä ehto matriisin B determinantin pitää toteuttaa, jotta yhtälöllä $B\bar{x} = \bar{0}$ olisi muita ratkaisuja kuin $\bar{x} = \bar{0}$?
6. Laske matriisin $A - \lambda I$ determinantti, kun $\lambda \in \mathbb{R}$.
7. Mikä luvun $\lambda \in \mathbb{R}$ täytyy olla, jotta yhtälöllä $(A - \lambda I)\bar{x} = \bar{0}$ olisi muita ratkaisuja kuin $\bar{x} = \bar{0}$?
8. Olkoon

$$D = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

Laske potenssi D^3 . Mitä huomaat? Mitä olisi D^n ?

9. Olkoon

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}.$$

Laske tulo $P^{-1}AP$. Mitä huomaat?

10. Olkoon B jokin neliömatriisi ja Q samankokoinen kääntyvä neliömatriisi. Osoita, että $(QBQ^{-1})^n = QB^nQ^{-1}$.