

1. Tarkastellaan yhtälöryhmää

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 & = 3 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 & = 2 \\ -2x_1 & + x_3 = 1. \end{cases}$$

Määritä matriisi  $A$  ja vektorit  $\bar{x}$  ja  $\bar{b}$  siten, että yhtälöryhmä vastaa matriisiyhtälöä  $A\bar{x} = \bar{b}$ .

2. Oletetaan, että  $A$  on kääntyvä neliömatriisi. Osoita, että  $\bar{x} = A^{-1}\bar{b}$  toteuttaa yhtälön  $A\bar{x} = \bar{b}$ . Onko ratkaisu yksikäsitteinen?
3. Ensimmäisen tehtävän matriisin  $A$  käänteismatriisi on

$$A^{-1} = \frac{1}{9} \begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 \\ -3 & 2 & -2 \\ 6 & 2 & 7 \end{bmatrix}.$$

Ratkaise ensimmäisen tehtävän yhtälöryhmä tämän tiedon avulla.

Tehtävissä 4–7 viitataan matriisiin

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{bmatrix}.$$

4. Kerro matriisi  $B$  vasemmalta matriisilla  $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ . Mitä huomaat?

5. Kerro matriisi  $B$  vasemmalta matriisilla  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ . Mitä huomaat?

6. Kerro matriisi  $B$  vasemmalta matriisilla  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ . Mitä huomaat?

7. Millä matriisilla  $B$  pitäisi kertoa vasemmalta, jotta tuloksena olisi matriisi  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ .

8. Laske seuraava matriisitulo alkaen oikeanpuolimmaisesta kertolaskusta:

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}.$$

9. Laske tulo

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Mitä huomaat?