HY / Avoin yliopisto
Lineaarialgebra ja matriisilaskenta I
Valmentavia tehtäviä 7
28.5.2013

Tehtävissä 1–4 viitataan vektoreihin $\bar{v}_1 = (0, 2, -1)$, $\bar{v}_2 = (1, 2, 0)$ ja $\bar{v}_3 = (1, 0, 2)$.

1. Osoita, että vektorit $\bar{v}_1$, $\bar{v}_2$ ja $\bar{v}_3$ virittävät avaruuden $\mathbb{R}^3$.

2. Osoita, että vektorit $\bar{v}_1$, $\bar{v}_2$ ja $\bar{v}_3$ ovat lineaarisesti riippumattomat toisistaan. (Käytä samaa matriisia kuin edellä, jos mahdollista.)

3. Esitä vektori $\bar{w} = (10, 10, 10)$ vektorien $\bar{v}_1$, $\bar{v}_2$ ja $\bar{v}_3$ lineaarikombinaationa. Montako erilaista ratkaisua löydät?

4. Eräs vektori $\bar{u}$ on esitetty vektorien $\bar{v}_1$, $\bar{v}_2$ ja $\bar{v}_3$ lineaarikombinaationa. Kertoimiksi saatiin 2, -7 ja 1. Mikä vektori on kyseessä?

5. Eräs vapaa vektorijono $(\bar{w}_1, \ldots, \bar{w}_k)$ on sellainen, että $\mathrm{span}(\bar{w}_1, \ldots, \bar{w}_k) = \mathbb{R}^2$. Montako vektoria jonossa on eli mikä on k:n arvo?

6. Eräs $\mathbb{R}^3$:n aliavaruus on vektorien $(1, 0, 1)$ ja $(-1, 2, 2)$ virittämä. Minkälaiset ovat tämän aliavaruuden vektorien komponentit? Toisin sanoen kirjoita aliavaruuden yleinen vektori muodossa (w_1, w_2, w_3).

7. Joukko $\{(s - 2t, 2s - 4t, -s + 2t) \mid s, t \in \mathbb{R}\}$ on avaruuden $\mathbb{R}^3$ aliavaruus. Etsi sille jotkin virittäjät.

8. Osoita, että edellisen tehtävän virittäjät eivät ole lineaarisesti riippumattomat toisistaan. Esitä toinen toisen lineaarikombinaationa. Mitä tämä tarkoittaa geometrisesti?

9. Kuvaile tehtävän 7 aliavaruutta geometrisesti. (Onko se taso vai suora vai jotain muuta?)