HY / Avoin yliopisto
Lineaarialgebra ja matriisilaskenta I
Valmentavia tehtäviä 6
27.5.2013

1. Olkoon annettu vektorit $\bar{v}_1, \bar{v}_2, \bar{v}_3 \in \mathbb{R}^3$. Halutaan tutkia, onko vektorijono $(\bar{v}_1, \bar{v}_2, \bar{v}_3)$ vapaa. Minkälainen on tarvittavaa yhtälöryhmää vastaava matriisi?

2. Montako ratkaisua edellisen tehtävän yhtälöryhmällä voi olla?

3. Erään vektorijonon vapautta tutkittaessa päädyttiin seuraavaan redusoituun porrasmatriisiin:
$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right].$$
Onko vektorijono vapaa?

4. Erään vektorijonon vapautta tutkittaessa päädyttiin seuraavaan porrasmatriisiin:
$$\left[\begin{array}{cccc|c} 2 & -8 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -7 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 13 & 0 \end{array}\right].$$
Onko vektorijono vapaa?

5. Merkitään $\bar{e}_1 = (1, 0, 0)$, $\bar{e}_2 = (0, 1, 0)$ ja $\bar{e}_3 = (0, 0, 1)$. Näytä, että vektorijono $(\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3)$ on vapaa. (Yritä tehdä tämä ilman yhtälöryhmää.)

6. Voidaanko mikä tahansa $\mathbb{R}^3$:n vektori ilmaista vektorien $\bar{e}_1$, $\bar{e}_2$ ja $\bar{e}_3$ lineaarikombinaationa? Kuinka monella eri tavalla?

7. Merkitään $\bar{v}_1 = (1, 1, 1)$, $\bar{v}_2 = (0, 2, 0)$ ja $\bar{v}_3 = (1, -1, 1)$. Näytä, että vektorijono $(\bar{v}_1, \bar{v}_2, \bar{v}_3)$ on sidottu. Muodosta jokin vektoreista toisten lineaarikombinaationa.

8. Erästä yhtälöryhmää vastaa seuraava porrasmatriisi:
$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8 & 0 \end{array}\right].$$
Mikä on yhtälöryhmän ratkaisu? (Yritä päätellä tämä suoraan tehtävänannosta ilman laskuja.)

9. Erästä yhtälöryhmää vastaa seuraava matriisi:
$$\left[\begin{array}{cccc|c} 21 & 3 & 0 & -8 & 0 \\ 0 & -13 & -1 & -8 & 0 \\ 2 & -4 & 6 & 1 & 0 \end{array}\right].$$
Montako ratkaisua yhtälöryhmällä on? (Yritä päätellä tämä suoraan tehtävänannosta ilman laskuja.)