Joukko-opin merkintöjä

Joukko on kokoelma olioita, ja näitä olioita kutsutaan joukon *alkioiksi.* Joukon merkinnässä käytetään yleensä aaltosulkeita. Äärellistä joukkoa voidaan merkitä esimerkiksi $\{-1, 4, 6, 100\}$ tai $\{\text{porkkana}, \text{lanttu}, \text{retiisi}\}$. Tässä merkinnässä alkioiden järjestyksellä ei ole väliä. Äärettömiä joukkoja voidaan merkitä kolmen pisteen avulla: esimerkiksi positiivisten parillisten lukujen joukko on $\{2, 4, 6, \dots\}$. Eräillä lukujoukoilla on myös vakiintunut symbolinsa. Tällaisia ovat muun muassa

- luonnollisten lukujen joukko $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$
- kokonaislukujen joukko $\mathbb{Z}$
- rationaalilukujen joukko $\mathbb{Q}$
- reaalilukujen joukko $\mathbb{R}$
- kompleksilukujen joukko $\mathbb{C}$.

Usein tietty joukko voidaan määritellä jonkin alkioita koskevan ehdon avulla. Tällöin joukolle käytetään merkintää

$$\{x \mid \text{ehto, jonka } x \text{ toteuttaa}\}.$$

Joukkoon kuuluvat täsmälleen ne alkiot, jotka toteuttavat annetun ehdon. Yleensä pystyviivan vasemmalle puolelle liitetään myös tieto siitä, minkä tyyppisistä olioista on kyse. Esimerkiksi joukko $\{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\}$ sisältää kaikki positiiviset reaaliluvut.

Joukon sisältämistä alkioista sanotaan, että ne *kuuluvat* kyseiseen joukkoon. Jos alkio a kuuluu joukkoon A, käytetään merkintää $a \in A$. Jos taas a ei kuulu joukkoon A, merkitään $a \notin A$. Esimerkiksi $1 \in \mathbb{N}$ ja $-1 \notin \mathbb{N}$.

Joukot A ja B ovat samat, jos niihin kuuluvat täsmälleen samat alkiot. Vaaditaan siis, että $a \in A$, jos ja vain jos $a \in B$. Tällöin merkitään $A = B$.

Joukko A on joukon B *osajoukko*, jos kaikilla $a \in A$ pätee myös $a \in B$. Tällöin merkitään $A \subset B$. Sanotaan myös, että A *sisältyy* joukkoon B. Jos joukko A ei ole B:n osajoukko, merkitään $A \not\subset B$. Esimerkiksi $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$, koska jokainen luonnollinen luku on myös kokonaisluku, ja $\{0, 7, \pi\} \not\subset \mathbb{Q}$, koska π ei ole rationaaliluku.

Joukoista voidaan muodostaa uusia joukkoja erilaisten operaatioiden avulla. Niistä tavallisimmat ovat seuraavat:

- joukkojen A ja B *yhdiste*: $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ tai } x \in B\}$
- joukkojen A ja B *leikkaus*: $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ ja } x \in B\}$
- joukkojen A ja B *erotus*: $A \setminus B = \{x \mid x \in A \text{ mutta } x \notin B\}$.

Esimerkiksi joukkojen

$$A = \{0, 1, 2\} \quad \text{ja} \quad B = \{1, 3\}$$

yhdiste $A \cup B$ koostuu kaikista alkioista, jotka löytyvät joukosta A tai joukosta B. Yhdiste on siis joukko $\{0, 1, 2, 3\}$. Leikkaus $A \cap B$ puolestaan sisältää ne alkiot, jotka kuuluvat sekä joukkoon A että joukkoon B, joten leikkaus on $\{1\}$. Lopulta erotukseen $A \setminus B$ kuuluvat ne joukon A alkiot, jotka eivät löydy joukosta B, ja nämä muodostavat joukon $\{0, 2\}$.