24.05.2005 Asiakastapaaminen

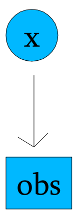
Malleista.

-satunnaismuuttuja (tn. laskennasta), arvojen summa 1.
-diskreetti sm: arvot pisteitä, (pistetodennäköisyys)funktio
-jatkuva: tiheysfunktio, integraali 1. Pisteet eivät kerro mitään, koska pisteen tn on aina 0. (integroi, ja kokeile mitä tapahtuu)
-Kertymäfunktio: laskee kuinka ”todennäköisyysmassa” kertyy tiheysfunktion edetessä.
Tämä introa.

Lintu:
linnun pesintä ruudussa:
x, $x \in \{0, 1\}$
obs, joka kertoo havainnon:
$obs \in \{0, 1, 2, 3\}$
(dataa)

$p(x, obs) = p(x)\, p(obs|x)$ yhteisjakauma, (ehdollinen todennäköisyys)

Tämä yhteisjakauma vastaa mallia:



Tarkoituksena muodostaa ilmiön suureille yhteisjakauma, kaikki suureet eivät ole tuntemattomia, jotkin ovat dataa. Idea on että yhteistodennäköisyysfunktiossa kiinnittämällä data voidaan päätellä jotain tuntemattomista muuttujista. Tässä esimerkissä halutaan päätellä x:stä jotakin.

$p(obs|x)$ uskottavuusfunktio, kuinka uskottavaa on että lintu havaitaan, kun oletetaan että pesii/ei pesi.

Esimerkki:

Taulukko: (arvot hatusta)

	Obs = 0	Obs = 1	Obs = 2	Obs = 3
x = 0	0.7	0.2	0.1	0
x = 1	0.1	0.3	0.3	0.3

Ja vaikkapa p(x = 1) = 0.5, p(x = 0) = 0.5.

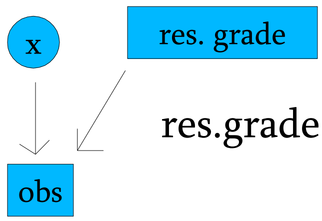
Nyt on määritelty yhteisjakauma.

Esim. $p(x=1,\ obs=2) = p(x=1)\, p(obs=2\,|x=1) = 0.5 \cdot 0.3 =$

Jos obs on tunnettu: $p(x\,|obs) = \dfrac{p(x)\, p(obs\,|x)}{p(obs)}$ (Bayesin kaava)

(Esimerkin todennäköisyyksillä):

$$p(x=0\ |obs=0) = \frac{\frac{1}{2}\cdot\frac{7}{10}}{\frac{1}{2}\cdot\frac{7}{10}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{10}} = \frac{7}{8}$$



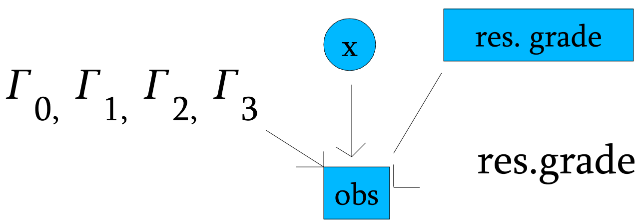
$res.grade \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$$p(obs\,|x\ , res.grade)$$

Res. Grade on annettu, sille ei (periaatteessa) tarvita todennäköisyyttä, kun on arvot.

Nyt jokaiselle res.graden arvolle tarvittaisiin erillinen taulukko (esimerkistä).

Heitetään taulukon ensimmäiselle riville arvot $\Gamma_{0,}\ \Gamma_{1,}\ \Gamma_{2,}\ \Gamma_3$



$res.grade \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$$p(obs\,|x\ , res.grade\ , \Gamma_{0,}\ \Gamma_{1,}\ \Gamma_{2,}\ \Gamma_3)$$

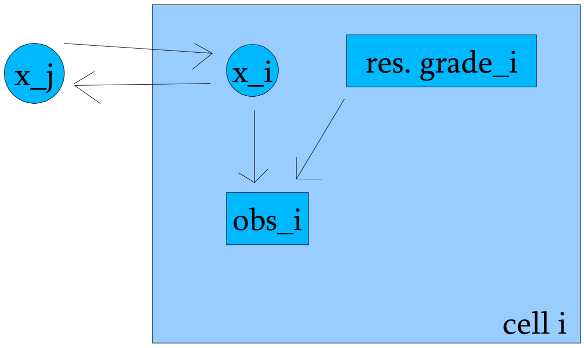
$$\Gamma_{0,}\ \Gamma_{1,}\ \Gamma_{2,}\ \Gamma_3 \sim \text{Dirichlet}\ (0.3, 0.3, 0.3)$$

Sama toiselle riville...

obs= 0 1 2 3

x = 0 $\Gamma_{0,0}, \Gamma_{0,1}, \Gamma_{0,2}, \Gamma_{0,3}$

x = 1 $\Gamma_{1,0}, \Gamma_{1,1}, \Gamma_{1,2}, \Gamma_{1,3}$



Ruudut riippumattomia, voidaan laskea

yhteistodennäköisyys $p(x, obs) = \prod_{\forall i} p(x_i)\, p(obs_i | x_i, res.grade_i)$

Jos spatiaalinen riippuvuus otetaan mukaan, nämä eivät ole riippumattomia.

$p(x_i | \overline{x_{-i}})$ Näitä aika monta... tarvittaisi aika monta taulukkoa.

Sovitaan, että x_i riippuu vain naapureistaan.

$p(x_i | \overline{x_{-i}}) = p(x_i | \overline{x_j})$, i ~ j (i ja j naapureita) (esim. Neljä ympäröivää ruutua)

(Markovin satunnaiskenttä)

$$\pi(\overline{x}) = \exp\left(\beta S(\overline{x})\right) \cdot Z^{-1}$$

$$S(\overline{x}) = \text{lkm}\{(i, j) \in S \times S : i \sim j, x_i : x_j\}$$

Kaavaan voidaan haluta joitakin muitakin tekijöitä, kuten onko ruutu rannikkoa, yms...

Tässä x_j :t ovat naapurit, β on tasaava tekijä, joka kertoo kuinka tehokkaasti naapurit vaikuttavat.

Eli iso β tasaa dataa, pieni β lisää ”kontrastia”.

Jos β :sta tehdään satunnaismuuttuja, hommasta tulee hankalaa.

$$\pi(\overline{x}) = \exp\left(\beta S(\overline{x})\right) \cdot Z^{-1}(\beta)$$

$\pi(x)$ on x:n prioritn, jos spatiaalinen riippuvuus otetaan mukaan.

$P(x|obs) = \pi(x)\, p(obs|x)$

$$\log \frac{p_i}{1-p_i} = \alpha(C_i) + \beta \sum_{i \sim j} x_j$$

α kuvaa jonkin ruudun ominaisuuden C voimakkuutta. α ja β voivat olla globaaleja muuttujia. Tosin α voitaisiin haluta joka lintuun liittyvänä erikseen.

PIANOS työnimi näillä näkymin.